EVALUAREA NAȚIONALĂ PENTRU ABSOLVENȚII CLASEI a VIII-a

Matematică

Test 29

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 2 ore.**

SUBIECTUL I - Pe foaia de examen scrieţi numai rezultatele. (30 de puncte)

5p **1.** Rezultatul calculului $(9-9:3):6$ este egal cu $\ldots$.

5p **2.** Zece kilograme de mere costă 30 de lei. Un kilogram de mere de același fel costă $\ldots$ lei.

5p **3.** Dacă $A=\{-3,-2,-1,0\}$ și $B=\{0,1,2,3\}$, atunci $A\cap B=\{\ldots\}$.

5p **4.** Triunghiul dreptunghic isoscel ABC are ipotenuza $BC=10\sqrt{2}\,\text{cm}$. Aria acestui triunghi este egală cu $\ldots\text{cm}^2$.

5p **5.** În *Figura 1* este reprezentată o piramidă patrulateră $VABCD$ cu $VO\perp(ABC)$. Unghiul dreptelor VO și BC are măsura de $\ldots°$.

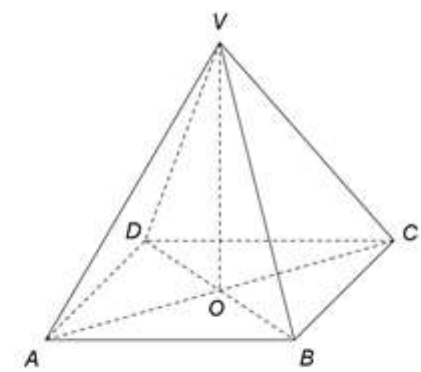


Figura 1

5p **6.** În tabelul de mai jos este prezentată situația statistică a notelor obținute de elevii unei clase a VIII-a la un test.

Nota la test	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	0	2	3	6	5	4	4

Conform tabelului, media notelor obținute de elevii clasei a VIII-a la test este egală cu $\ldots$.

SUBIECTUL al II-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. (30 de puncte)

5p **1.** Desenați, pe foaia de examen, un paralelipiped dreptunghic $ABCDMNPQ$.

5p **2.** Determinați numărul natural de trei cifre, care are cifra unităților 9 și care se divide cu fiecare dintre cifrele sale.

5p **3.** În două cartiere locuiesc 2100 de persoane. Numărul locuitorilor din primul cartier reprezintă jumătate din numărul locuitorilor din al doilea cartier. Determinaţi numărul locuitorilor din fiecare cartier.

4. Se consideră numerele reale $a=\left(\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}+\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{2\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)$ și $b=\left(\sqrt{3}-\sqrt{7}\right)^2+\sqrt{84}$.

5p **a)** Arătați că $a=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

5p **b)** Calculați $a^{2020}\cdot b^{1010}$.

5p **5.** Se consideră expresia $E(x)=(x+1)^2-(x-1)^2+(2x+1)^2-(2x-1)^2$, unde x este număr real. Știind că n este un număr natural pentru care $E(n)$ este pătratul unui număr natural, arătați că n se divide cu 3.

SUBIECTUL al III-lea - Pe foaia de examen scrieţi rezolvările complete. **(30 de puncte)**

1. În *Figura 2* sunt reprezentate un paralelogram $ABCD$ cu $AB = 5$ cm, $BC = 7$ cm și, în exteriorul paralelogramului $ABCD$, pătratele $ABEF$ și $ADMN$.

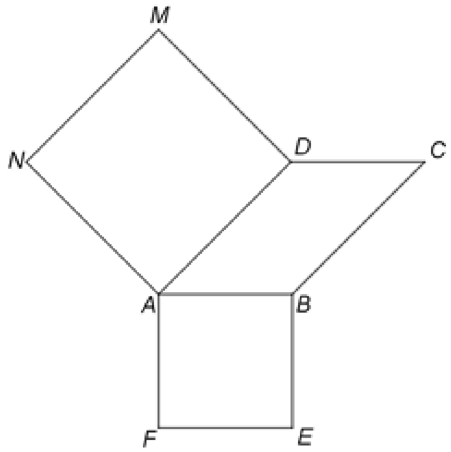


Figura 2

5p **a)** Arătaţi că perimetrul patrulaterului $ABCD$ este egal cu 24 cm.
5p **b)** Demonstrați că segmentele NF şi AC sunt congruente.
5p **c)** Demonstrați că dreptele AC şi NF sunt perpendiculare.

2. În *Figura 3* este reprezentat un triunghi echilateral ABC cu $AB = 18$ cm și dreapta MO perpendiculară pe planul (ABC), unde O este centrul cercului circumscris triunghiului ABC, $MO = 6$ cm. Punctul N este mijlocul segmentului BC.

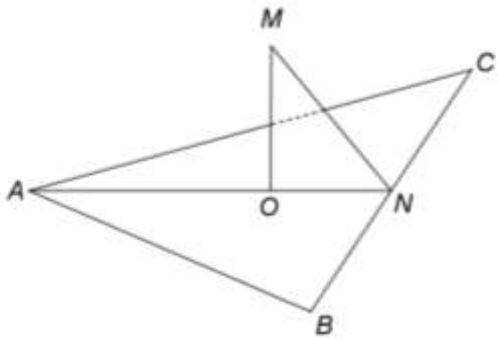


Figura 3

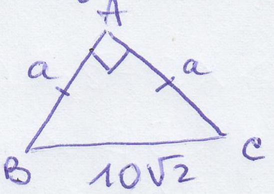
5p **a)** Arătați că perimetrul triunghiului ABC este egal cu 54 cm.
5p **b)** Determinați măsura unghiului dintre dreapta MA și planul (ABC).
5p **c)** Demonstrați că distanța de la punctul A la planul (MBC) este egală cu $\frac{18\sqrt{21}}{7}$ cm.

TESTUL 29: REZOLVARE

SUBIECTUL I: 1) $(9-9:3):6=(9-3):6=6:6=1$;

2) 10 kg ---- 30 lei; 1 kg ---- $3\cancel{0}:1\cancel{0}=3$ (lei);

3) $A=\{-3;-2;-1;0\}$; $B=\{0;1;2;3\}\Rightarrow A\cap B=\{0\}$;

4) 

Cu T.P., notând cu $a=AB=AC$, avem:

$BC^2=a^2+a^2 \Leftrightarrow BC^2=2a^2 \Leftrightarrow BC=\sqrt{2a^2}=a\sqrt{2}$.

Deci $a\sqrt{2}=10\sqrt{2}\Rightarrow a=\frac{10\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=10$ (cm) $=AB=AC$

$\mathcal{A}_\Delta=\frac{b\cdot i}{2}=\frac{c_1\cdot c_2}{2}=\frac{AB\cdot AC}{2}=\frac{10\cdot 10}{2}=\frac{100}{2}=50$ (cm²)

5) $\left.\begin{array}{l} VO\perp(ABC)\\ BC\subset(ABC)\end{array}\right\}\Rightarrow VO\perp BC$ (O dreaptă perpendiculară pe plan este perpendiculară pe orice dr. din plan)

$\Downarrow$

$m(\widehat{VO;BC})=90^\circ$.

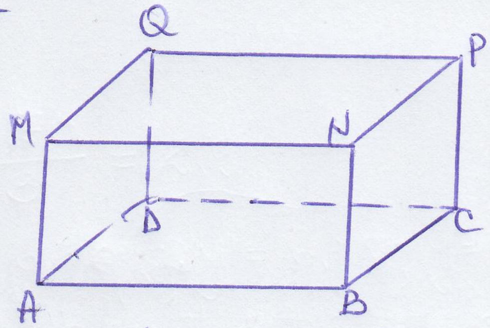
6) $m_{ap}=\frac{0\cdot4+2\cdot5+3\cdot6+6\cdot7+5\cdot8+4\cdot9+4\cdot10}{0+2+3+6+5+4+4}=$

$=\frac{0+10+18+42+40+36+40}{24}=\frac{186^{(6}}{24}=\frac{31}{4}=$

$=31:4=7,75$.

$$\begin{array}{l} 31:4\\ \underline{28}\\ \ 30\\ \ \underline{28}\\ \ \ 20\\ \ \ \underline{20}\\ \ \ ==\end{array}$$

SUBIECTUL al II-lea:

1) 

2) $\overline{ab9}\in\mathbb{N}$

$\overline{ab9}\ \vdots\ 9\Rightarrow(a+b+9)\ \vdots\ 9\Rightarrow$

$\Rightarrow a+b=9$ sau $a+b=18$, în acest caz $a=b=9$ și am aflat o soluție, anume $\overline{ab9}=999$.

Dacă $a+b=9$ și $\overline{ab9}\ \vdots\ a$, $\overline{ab9}\ \vdots\ b$ este clar că a și b nu pot fi cifre pare, deoarece $\overline{ab9}$ este impar. Dar, atunci, $a+b$ va fi par (impar + impar = par), deci $a+b\neq 9$.

Rămâne singura soluție: $\overline{ab9}=999$.

3) Notăm cu x, respectiv cu y, nr. locuitorilor din primul și, respectiv al doilea cartier. Avem $\left\{\begin{array}{l}x+y=2100\\ y=2x\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x+y=2100\,|\cdot2\\ -2x+y=0\end{array}\right.\Leftrightarrow$

$x=\frac{y}{2}\Rightarrow y=2x$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2x+2y=4200\\ -2x+y=0\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=\frac{1400}{2}\\ y=1400\end{array}\right.$ $\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=700\\ y=1400\end{array}\right.$ R: În primul cartier: 700 loc. În al doilea cartier: 1400 loc.

$/\ \ 3y=4200$

4) a) $a=\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}-\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}\cdot\sqrt{2}}+\frac{2}{2\sqrt{3}}-\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}+\frac{\sqrt{5}}{2\sqrt{5}}-\frac{2}{2\sqrt{5}}\right):(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$

$=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\cancel{\frac{1}{\sqrt{3}}}+\cancel{\frac{1}{\sqrt{3}}}-\cancel{\frac{1}{2}}+\cancel{\frac{1}{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$

$=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):(\sqrt{5}-\sqrt{2})=\frac{\cancel{\sqrt{5}-\sqrt{2}}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{5}}\cdot\frac{1}{\cancel{\sqrt{5}-\sqrt{2}}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$

Deci $a=\frac{1}{\sqrt{10}}$.

Obs.: a se putea calcula și prin raționalizarea numitorilor:

$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{6}(\sqrt{3}-\sqrt{2})}{6}=\frac{\sqrt{18}-\sqrt{12}}{6}=\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}$

$\frac{\sqrt{4}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{12}-\sqrt{9}}{6}=\frac{2\sqrt{3}-3}{6}$

$\frac{\sqrt{5}-\sqrt{4}}{2\sqrt{5}}=\frac{5-\sqrt{20}}{10}=\frac{5-2\sqrt{5}}{10}$

$a=\left(\frac{3\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{6}+\frac{2\sqrt{3}-3}{6}+\frac{5-2\sqrt{5}}{10}\right):(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$

$=\left(\frac{3\sqrt{2}-\cancel{2\sqrt{3}}+\cancel{2\sqrt{3}}-3}{6}+\frac{5-2\sqrt{5}}{10}\right):(\sqrt{5}-\sqrt{2})=$

$=\left(\frac{\cancel{3}(\sqrt{2}-1)}{\cancel{6}}+\frac{5-2\sqrt{5}}{10}\right):(\sqrt{5}-\sqrt{2})=\left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}+\frac{5-2\sqrt{5}}{10}\right):$

$:(\sqrt{5}-\sqrt{2})=\left(\frac{5\sqrt{2}\cancel{-5}\cancel{+5}-2\sqrt{5}}{10}\right):(\sqrt{5}-\sqrt{2})=\frac{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{10}:$

$:(\sqrt{5}-\sqrt{2})=\frac{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{10}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{5\sqrt{2}-2\sqrt{5}}{10}\cdot\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{5-2}=$

$=\frac{(5\sqrt{2}-2\sqrt{5})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{10\cdot 3}=\frac{5\sqrt{10}\cancel{+10}\cancel{-10}-2\sqrt{10}}{3\cdot 10}=$

$=\frac{\cancel{3}\sqrt{10}}{\cancel{30}_{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$; $\frac{1}{\sqrt{10}}=\frac{\sqrt{10}}{10}$. Deci $a=\frac{1}{\sqrt{10}}$, q.e.d.

Deci contează să fii „inspirat" pt. a reduce vol. calculelor.

b) $b=(\sqrt{3}-\sqrt{7})^2+\sqrt{84}=3-\cancel{2\sqrt{21}}+7+\cancel{2\sqrt{21}}=10$; $84=4\cdot 21$, $\sqrt{84}=2\sqrt{21}$

$a^{2020}\cdot b^{1010}=\left(\frac{1}{\sqrt{10}}\right)^{2020}\cdot 10^{1010}=\frac{1}{\sqrt{10^{2020}}}\cdot 10^{1010}=\frac{1}{\cancel{10^{1010}}}\cdot\cancel{10^{1010}}=1$

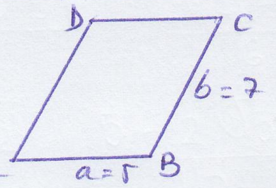
5) $E(x) = x^2+2x+1-(x^2-2x+1)+(4x^2+4x+1)-$
$-(4x^2-4x+1) =$
$= \cancel{x^2} + \underline{2x} + \cancel{1} - \cancel{x^2} + \underline{2x} - \cancel{1} + \cancel{4x^2} + \underline{4x} + \cancel{1} - \cancel{4x^2} + \underline{4x} - \cancel{1} =$
$= 12x$. Deci $E(x) = 12x$ pentru orice $x \in \mathbb{R}$.

$E(n) = k^2$; $E(n) = 12n \Rightarrow 12n = k^2 \Leftrightarrow$
$(n \in \mathbb{N},\ k = n)$

$\Leftrightarrow 2^2 \cdot 3 \cdot n = k^2 \Rightarrow \underline{3 \cdot n}$ e pătratul unui număr natural, ori pentru asta n trebuie să aibă în descompunerea sa în factori primi și pe 3, ceea ce înseamnă că $n \vdots 3$.

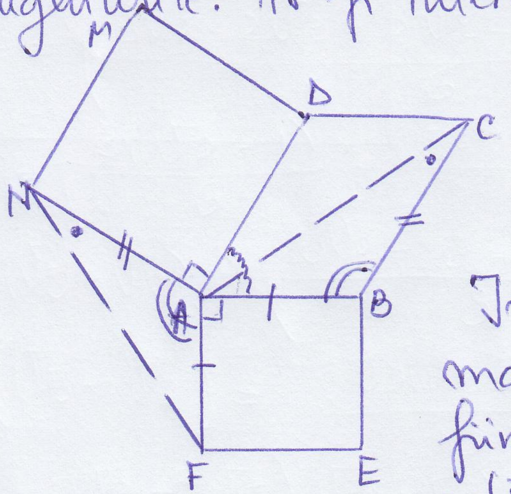
SUBIECTUL al III-lea:

1) a) $P_{\square} = 2(a+b)$



$P_{ABCD} = 2(5+7) = 2 \cdot 12 = 24$ (cm)

b) [Observăm că, din datele problemei, paralelogramul ABCD nu este „fixat", forma sa putând fi schimbată modificându-i unghiurile. Ar fi interesantă o „simulare" în „Geogebra"...]



$\widehat{DAB}$ și $\widehat{CBA}$ sunt suplementare (∢ alăturate în paralelogram) $\Rightarrow$
$\Rightarrow m(\widehat{CBA}) = 180° - m(\widehat{DAB})$ (1)

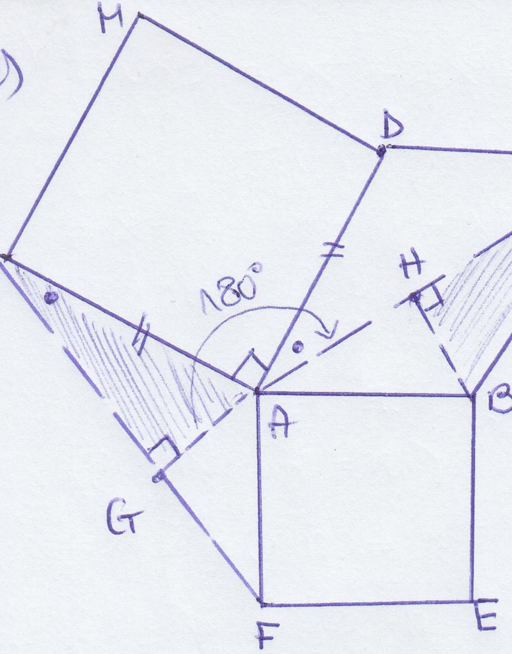
În jurul punctului A se formează mai multe unghiuri, două dintre ele fiind drepte, și avem:

$m(\widehat{NAF}) = 360° - m(\widehat{NAD}) - m(\widehat{DAB}) -$
$- m(\widehat{BAF}) = 360° - 90° - m(\widehat{DAB}) -$
$- 90° = 180° - m(\widehat{DAB})$ (2)

Din (1) și (2) $\Rightarrow$
$$\left.\begin{array}{l} \widehat{CBA} \equiv \widehat{NAF} \\ [CB] \equiv [NA] \text{ (pt. că } [CB] \equiv [AD] \equiv [NA]) \\ [AB] \equiv [FA] \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow \Delta ABC \equiv \Delta FAN$ (L.U.L.) $\Rightarrow [AC] \equiv [NF]$, q.e.d.

c)



Construim $BH \perp AC$

$AG \perp NF$

$\Delta HBC \equiv \Delta GAN$ (I.U.) $\Rightarrow$

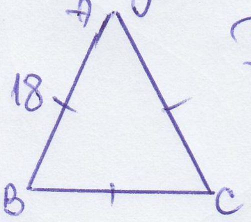
$\begin{cases} \text{- dreptunghice} \\ BC = AD = AN \\ \widehat{HCB} \equiv \widehat{GNA} \ (\Delta ABC \equiv \Delta FAN \text{ (L.U.L.)(b)}) \end{cases}$

$\Rightarrow m(\widehat{GAN}) + m(\widehat{DAC}) = 90^\circ$ (pentru că $\widehat{DAC} \underset{\substack{\uparrow \\ \text{alterne interne}}}{\equiv} \widehat{BCH} \equiv \widehat{GNA}$, iar $\widehat{GNA}$ și $\widehat{GAN}$: complementare)

Atunci $m(\widehat{GAC}) = m(\widehat{GAN}) + m(\widehat{NAD}) + m(\widehat{DAC}) =$

$= 90^\circ + 90^\circ = 180^\circ$, deci G, A, C: coliniare. $AG \perp NF \Rightarrow AC \perp NF$ (din punctul A se poate duce o singură perpendiculară pe dreapta NF).

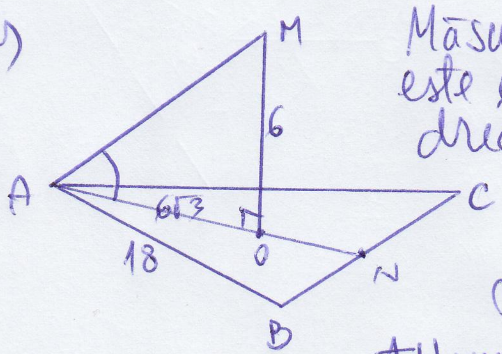
2) a)



$P_{\Delta e} = 3l$; ΔABC: echilateral, $AB = 18$ cm $\Rightarrow$

$\Rightarrow P_{\Delta ABC} = 3 \cdot AB = 3 \cdot 18 = 54$ (cm), q.e.d.

b)



Măsura unghiului format de o dreaptă cu un plan este egală cu măsura unghiului format de dreaptă cu proiecția ei pe plan.

La noi $pr_{(ABC)} MA = AO$, deci

$m(\widehat{MA;(ABC)}) = m(\widehat{MA;AO}) = m(\widehat{MAO})$.

AN: mediană și înălțime în ΔABC: echilateral $\Rightarrow$

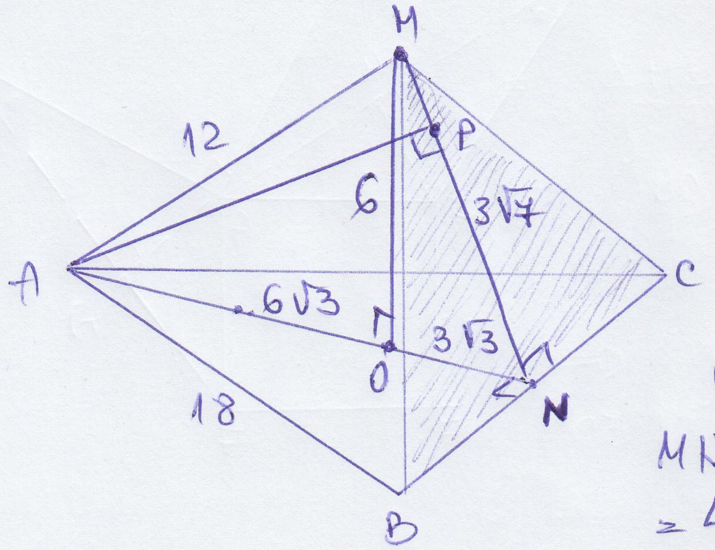
$\Rightarrow AN = \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{18\sqrt{3}}{2} = 9\sqrt{3}$ (cm); $AO = \frac{2}{3} AN = \frac{2}{3} \cdot \overset{3}{9}\sqrt{3} = 6\sqrt{3}$ (cm)

$\left.\begin{matrix} MO \perp (ABC) \\ AN \subset (ABC) \end{matrix}\right| \Rightarrow MO \perp AN \Rightarrow \Delta MOA$: dreptunghic în O și avem:

$tg(\widehat{MAO}) = \frac{OM}{OA} = \frac{6}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow m(\widehat{MAO}) = 30^\circ$.

Deci $m(\widehat{MA;(ABC)}) = 30^\circ$.

c) Distanța de la un punct la un plan este egală cu lungimea perpendicularei dusă din punct pe plan.



Cu T.P. în ΔOAM avem:

$AM^2 = OA^2 + OM^2 = (6\sqrt{3})^2 + 6^2 =$

$= 3 \cdot 6^2 + 6^2 = 4 \cdot 6^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow AM = \sqrt{4 \cdot 6^2} = 2 \cdot 6 = 12 (cm)$

Cu T.P. în ΔOMN avem:

$MN^2 = OM^2 + ON^2 = 6^2 + (3\sqrt{3})^2 =$

$= 4 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^2 = 7 \cdot 3^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow MN = \sqrt{7 \cdot 3^2} = 3\sqrt{7} (cm)$

Ducem $AP \perp MN$

$\left.\begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \Delta MBC: \text{isoscel} \\ [MN]: \text{mediană} \end{array}\right| \Rightarrow MN \perp BC \text{ (e și înălțime)} \\ AN \perp BC \end{array}\right\} \xRightarrow{\text{R. a}\overline{\text{u}}\text{-a a T.3}\perp} AP \perp (MBC),$

deci $d(A; (MBC)) = MP$.

În ΔMAN avem: $AN \cdot MO = MN \cdot AP$ (produsul între o latură și înălțimea corespunzătoare laturii este constant în orice triunghi. Jumătatea acestui produs este $\mathcal{A}_\Delta$)

Deci $9\sqrt{3} \cdot 6 = 3\sqrt{7} \cdot AP \Rightarrow AP = \dfrac{\overset{3}{\cancel{9}}\sqrt{3} \cdot 6}{\underset{1}{\cancel{3}}\sqrt{7}} = \dfrac{18\sqrt{3}}{\sqrt{7}} =$

$= \dfrac{18\sqrt{21}}{7} (cm)$. Avem $d[A; (MBC)] = MP = \dfrac{18\sqrt{21}}{7}$ cm.

EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Matematică
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 29

- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I
- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie 5 puncte, fie 0 puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al II-lea şi SUBIECTUL al III-lea
- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	1	**5p**
2.	3	**5p**
3.	0	**5p**
4.	50	**5p**
5.	90	**5p**
6.	$7{,}75$	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	Desenează paralelipipedul dreptunghic	**4p**
	Notează paralelipipedul dreptunghic $ABCDMNPQ$	**1p**
2.	$n=\overline{ab9}$ este divizibil cu $9 \Rightarrow a+b+9$ se divide cu 9, deci $a+b$ se divide cu 9	**2p**
	$n=\overline{ab9}$ este număr impar și se divide cu a și b, deci a și b sunt impare $\Rightarrow a+b$ este număr par, deci $a+b=18$ și obținem $a=b=9$, deci $n=999$	**3p**
3.	Numărul locuitorilor din al doilea cartier este $2x$, unde x este numărul de locuitori din primul cartier	**3p**
	$x+2x=2100 \Rightarrow 3x=2100$, deci $x=700$ de locuitori sunt în primul cartier și $700\cdot 2=1400$ de locuitori sunt în al doilea cartier	**2p**
4.	**a)** $a=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}}-\frac{1}{2}+\frac{1}{2}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{2}}-\frac{1}{\sqrt{5}}\right):\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)=$	**3p**
	$=\frac{\sqrt{5}-\sqrt{2}}{\sqrt{10}}\cdot\frac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{10}}$	**2p**
	b) $b=3-2\sqrt{21}+7+2\sqrt{21}=10$	**3p**
	$a^{2020}\cdot b^{1010}=\frac{1}{10^{1010}}\cdot 10^{1010}=1$	**2p**
5.	$E(x)=\left((x+1)-(x-1)\right)\left((x+1)+(x-1)\right)+\left((2x+1)-(2x-1)\right)\left((2x+1)+(2x-1)\right)=$ $=2\cdot 2x+2\cdot 4x=12x$	**3p**
	Cum $E(n)=4\cdot 3\cdot n=2^2\cdot 3\cdot n$ este pătratul unui număr natural, obținem că n se divide cu 3	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $ABCD$ paralelogram, deci $P_{ABCD}=2(AB+BC)=$	**3p**
	$=2\cdot 12=24\text{cm}$	**2p**
	b) $m(\sphericalangle NAF)=360^\circ-m(\sphericalangle NAD)-m(\sphericalangle BAD)-m(\sphericalangle BAF)=180^\circ-m(\sphericalangle BAD)$ și, cum $ABCD$ paralelogram, deci $\sphericalangle BAD$ și $\sphericalangle ADC$ sunt suplementare, obținem $\sphericalangle NAF\equiv\sphericalangle ADC$	**2p**
	$AF=AB, AB=DC\Rightarrow AF=DC$ și, cum $\sphericalangle NAF\equiv\sphericalangle ADC$ și $NA=AD\Rightarrow\Delta NAF\equiv\Delta ADC$, deci $NF=AC$	**3p**

	c) $m(\sphericalangle CAP)=180°$, unde $\{P\}=AC\cap NF$, deci $m(\sphericalangle PAF)+m(\sphericalangle BAC)=90°$	**2p**
	$AB \parallel CD \Rightarrow \sphericalangle BAC \equiv \sphericalangle DCA$ și, cum $\sphericalangle DCA \equiv \sphericalangle AFN$, obținem $m(\sphericalangle PAF)+m(\sphericalangle AFP)=90°$, de unde obținem $m(\sphericalangle APF)=90° \Rightarrow AC \perp NF$	**3p**
2.	**a)** ΔABC este echilateral, deci $P_{\Delta ABC}=3AB=$	**3p**
	$=3\cdot 18=54\,\text{cm}$	**2p**
	b) $MO\perp(ABC)\Rightarrow m(\sphericalangle(MA,(ABC)))=m(\sphericalangle(MA,AO))=m(\sphericalangle MAO)$	**2p**
	ΔABC este echilateral, deci $AO=\frac{2}{3}AN=6\sqrt{3}\,\text{cm}$ și, cum ΔMOA este dreptunghic, obținem $\text{tg}(\sphericalangle MAO)=\frac{MO}{AO}=\frac{1}{\sqrt{3}}$, deci $m(\sphericalangle MAO)=30°$	**3p**
	c) $MO\perp(ABC)\Rightarrow MO\perp BC$ și, cum $ON\perp BC$ și $MO\cap ON=\{O\}$, obținem $BC\perp(MON)$, deci $BC\perp AP$, unde $AP\perp MN$, $P\in MN$ și, cum $MN\cap BC=\{N\}$, obținem $AP\perp(MBC)$, deci $d(A,(MBC))=AP$	**2p**
	$AN=9\sqrt{3}\,\text{cm}$, $MN=3\sqrt{7}\,\text{cm}$ și, cum $\mathcal{A}_{\Delta MAN}=\frac{AP\cdot MN}{2}=\frac{MO\cdot AN}{2}$, obținem $AP=\frac{18\sqrt{21}}{7}\,\text{cm}$	**3p**